Un método de árboles para la lógica de términos modal

A Tableaux Method for Modal Term Logic

J.-Martín Castro-Manzano
UPAEP Universidad
josemartin.castro@upaep.mx
https://orcid.org/0000-0003-2227-921X

Resumen

En esta contribución ofrecemos un método de árboles para la lógica de términos modal de Englebretsen. El resultado es un método arborescente capaz de modelar inferencia en lógica proposicional, silogística básica, silogística relacional y silogística modal.

Palabras clave: árboles semánticos, lógica de términos, lógica modal

Abstract

In this contribution we offer a tableaux method for Englebretsen's modal term functor logic. The result is a tableaux method for propositional logic, basic syllogistic, relational syllogistic, and modal syllogistic.

Keywords: modal logic, semantic tree, term logic

Introducción

En otros lugares hemos propuesto métodos de prueba arborescentes para una familia de lógicas terminísticas como la lógica de términos de Sommers (Castro-Manzano, 2018; Castro-Manzano y Reyes-Cárdenas, 2018; Castro-Manzano, 2020a), la lógica numérica de Murphree (Castro-Manzano, 2019) y la lógica intermedia de Thompson (Castro-Manzano, 2020c). Siguiendo esta línea de investigación, en esta contribución proponemos un método similar para la lógica de términos modal de Englebretsen (1988). Para alcanzar esta meta procedemos de la siguiente manera: primero, exponemos cuatro bases deductivas (la silogística asertórica, la silogística modal, la lógica de términos de Sommers y Englebretsen, y la lógica de términos modal de Englebretsen); posteriormente, introducimos nuestra contribución principal y, al final, mencionamos brevemente algunas consideraciones sobre trabajo futuro.

Cuatro bases deductivas

❖ Silogística asertórica

La silogística asertórica es una lógica de términos que tiene sus orígenes en los *Primeros Analíticos* de Aristóteles y que estudia la relación de inferencia entre proposiciones categóricas. Una «proposición categórica» es una proposición declarativa compuesta por dos términos, una cantidad y una cualidad. El sujeto y el predicado de la proposición se llaman «términos»: el término-esquema S denota el término sujeto de la proposición y el término-esquema P denota el predicado. La «cantidad» puede ser universal (*todo*) o particular (*algún*) y la «cualidad» puede ser afirmativa (*es*) o negativa (*no es*).

Estas proposiciones categóricas se denotan mediante una «etiqueta»: a (para la universal afirmativa, SaP); e (para la universal negativa, SeP); i (para la particular afirmativa, SiP); y o (para la particular negativa, SoP), que nos permite determinar una secuencia de tres proposiciones que se conoce como «modo». Un «silogismo categórico», entonces, es un modo ordenado de tal manera que dos proposiciones fungen como premisas y la última como conclusión. Al interior de las premisas existe un término que ocurre en ambas premisas pero no en la conclusión: este término especial, usualmente denotado con el término-esquema M, funciona como un enlace entre los términos restantes y es conocido como «término medio». De acuerdo a la posición del término medio, se pueden definir cuatro arreglos o «figuras» que codifican los modos o patrones silogísticos válidos (Cuadro 1).[1]

1 Por mor de brevedad, pero sin pérdida de generalidad, omitimos los silogismos que requieren carga existencial.

Primera figura	Segunda figura	Tercera figura	Cuarta figura
aaa	eae	iai	aee
eae	aee	aii	iai
aii	eio	oao	eio
eio	aoo	eio	

Cuadro 1. Modos silogísticos válidos.

❖ Silogística modal

La silogística modal resulta de añadir los operadores modales de necesidad y posibilidad a la silogística asertórica. Desde su nacimiento en *Primeros Analíticos* (I.3, capítulos 8-22) ha recibido gran atención (McCall, 1963) y, si bien esta no ha sido siempre favorable (Becker, 1933; Bocheński, 1956; Łukasiewicz, 1957; Kneale, 1962; Patzig, 1968; Hintikka, 1973; Striker, 1994), en tiempos recientes algunos estudios la han revisado y rejuvenecido (Englebretsen, 1988; Thom, 1996; Rini, 1998; Malink, 2006).

Para introducir la silogística modal con más precisión, consideremos el famoso problema de los dos silogismos tipo *Barbara* (*Pr. An.*, I.9: 30a, 21-28). De acuerdo con Aristóteles, un silogismo *Barbara* (aaa-1) de la forma LXL[2] es válido (Cuadro 2), mientras que un silogismo *Barbara* de la forma XLL es inválido (Cuadro 3).[3] El problema de los silogismos *Barbara* es relevante, porque sugiere que Aristóteles tenía en mente una lectura *de re* para las proposiciones modales; pero como también mantenía que la conversión Li (i.e. *necesariamente algún S es P*, luego *necesariamente algún P es S*) y la conversión Qi (i.e., *contingentemente algún S es P*, luego *contingentemente algún P es S*) eran válidas, la lectura de las proposiciones modales debería ser *de dicto*.

2 En terminología de McCall (1963), la letra L denota una proposición categórica que incluye un operador de necesidad; M denota una proposición categórica que incluye un operador de posibilidad; Q denota una proposición categórica que incluye un operador de contingencia; y X denota una proposición categórica sin más.

3 De acuerdo con Thom (1996), algo similar ocurre con el *Barbara* QXQ (*todo* M *es contingentemente* P *y todo* S *es* M, *luego todo* S *es contingentemente* P) y el *Barbara* XQQ (*todo* M *es* P *y todo* S *es contingentemente* M, *luego todo* S *es contingentemente* P).

Proposición	
1.	*Todo* M *es necesariamente* P.
2.	*Todo* S *es* M.
$\vdash$	*Todo* S *es necesariamente* P.

Cuadro 2. Un silogismo *Barbara* de la forma LXL.

Proposición	
1.	*Todo* M *es* P.
2.	*Todo* S *es necesariamente* M.
$\nvdash$	*Todo* S *es necesariamente* P.

Cuadro 3. Un silogismo *Barbara* de la forma XLL.

De acuerdo con Rini (1998), buena parte de los estudios de la silogística modal promueven un análisis *de re* como el modo correcto de interpretación de la silogística modal, si bien no todos están de acuerdo con esta interpretación. Kneale y Kneale, por ejemplo, han argumentado que una interpretación *de re* es incorrecta:

> Si las expresiones modales modifican los predicados, entonces no hay necesidad de una teoría especial para los silogismos modales, ya que estos serían únicamente silogismos asertóricos ordinarios cuyas premisas tienen predicados peculiares. Por otro lado, si las expresiones modales modifican los enunciados completos a los que están unidos, entonces no hay necesidad de una silogística modal especial, dado que las reglas que determinan las relaciones lógicas entre los enunciados modales son independientes del

> carácter de las proposiciones gobernadas por las expresiones modales (Kneale y Kneale, 1962: 91; la traducción es nuestra).[4]

El dilema de los Kneale es claro: si asumimos una interpretación *de re* para las proposiciones modales, la silogística modal resulta en una labor trivial, pues colapsa con la silogística asertórica y las proposiciones modales únicamente aparentan añadir nueva información; por otro lado, si asumimos una interpretación *de dicto*, perdemos de vista la meta original de la silogística modal (a saber, que un silogismo *Barbara* de la forma LXL es válido pero que un silogismo *Barbara* de la forma XLL es inválido), y entonces ésta es una labor inútil. En cualquier caso, parece que la silogística modal está condenada al fracaso por no estar bien motivada.

Sin embargo, como argumenta Englebretsen (1998), Aristóteles tenía presente la distinción *de dicto / de re*. Pero si esto es así, resulta razonable revisar la silogística modal con un sistema que sea capaz preservar las lecturas *de re* y *de dicto*, y que al mismo tiempo sea capaz de preservar la meta original de la silogística modal. Para esto podríamos apelar a un sistema de primer orden como es usual, pero como la silogística modal es una lógica terminística (Malink, 2006), nos parece apropiado utilizar una lógica de términos. Para ello haremos uso de la lógica de términos functoriales y su extensión modal.

❖ Lógica de términos de Sommers y Englebretsen

Como hemos mencionado anteriormente, Sommers y Englebretsen han desarrollado un álgebra, la *Term Functor Logic* (TFL) o lógica de términos funtoriales, que representa la silogística usando términos en lugar de elementos lingüísticos de primer orden como variables individuales o

4 "If modal words modify predicates, there is no need for a special theory of modal syllogisms. For these are only ordinary assertoric syllogisms of which the premises have peculiar predicates. On the other hand, if modal words modify the whole statements to which they are attached, there is no need for a special modal syllogistic, since the rules determining the logical relations between modal statements are independent of the character of the propositions governed by the modal words".

cuantificadores. De acuerdo con esta álgebra, las cuatro proposiciones categóricas pueden representarse mediante la siguiente sintaxis:[5]

- SaP := -S+P = -S-(-P) = -(-P)-S = -(-P)-(+S)
- SeP := -S-P = -S-(+P) = -P-S = -P-(+S)
- SiP := +S+P = +S-(-P) = +P+S = +P-(-S)
- SoP := +S-P = +S-(+P) = +(-P)+S = +(-P)-(-S)

Dada esta representación, TFL ofrece una regla básica para la silogística: una conclusión se sigue válidamente de un conjunto de premisas si y sólo si 1) la suma de las premisas es algebraicamente igual a la conclusión y 2) el número de conclusiones con cantidad particular (*viz.*, cero o uno) es igual al número de premisas con cantidad particular (Englebretsen, 1996: 167). Así, por ejemplo, si consideramos un silogismo válido, digamos un silogismo tipo aaa-1, podemos ver cómo la aplicación de este método produce la conclusión correcta (Cuadro 4).

	Proposición	Representación
1.	Todos los mamíferos son animales.	-M+A
2.	Todos los perros son mamíferos.	-P+M
⊢	Todos los perros son animales.	-P+A

Cuadro 4. Un silogismo tipo aaa-1.

En el ejemplo anterior podemos ver claramente cómo funciona este método: 1) si sumamos las premisas obtenemos la expresión algebraica $(-M+A)+(-P+M)=-M+A-P+M=-P+A$, de tal modo que la suma de las premisas es algebraicamente igual a la conclusión,

5 En lo que sigue usamos la presentación de Englebretsen (1996): brevemente, S, P, M, etc., representan términos, "-" es un funtor unario de negación y "+" es un funtor binario de adición. Alternativamente, "-" ("+") representa la (no) distribución de un término (Englebretsen, 1996; Castro-Manzano, 2020a)

y la conclusión es igual a $-P+A$, en lugar de $+A-P$, porque por la condición 2) el número de conclusiones con cantidad particular (cero, en este ejemplo) es igual al número de premisas con cantidad particular (cero, en este ejemplo).[6]

❖ Lógica de términos modal de Englebretsen

Ordinariamente, un sistema modal extiende un lenguaje de orden *n* mediante la adición de los operadores monádicos □ y ◊ que, informalmente, representan la necesidad y la posibilidad respectivamente. De manera similar, la *Modal Term Functor Logic* (MTFL) o lógica de términos functoriales modal, es también una extensión de TFL (Englebretsen, 1988; Englebretsen y Sayward, 2011), por lo que, consecuentemente, añade los operadores □ y ◊ a TFL.

Así pues, dado un término cualquiera A, MTFL permite las siguientes combinaciones terminísticas modales: +□+A (i.e. □+A), +□–A (i.e. □–A), –□+A (i.e. –□A), –□–A. Como es usual, el operador ◊ se define como –□–. Con estos elementos, MTFL asume los siguientes axiomas para proposiciones *de dicto* (Ax1 y Ax2) y *de re* (Ax3 y Ax4):

- Ax1. Si □A entonces A.
- Ax2. Si A entonces ◊A.
- Ax3. Si A□ entonces A.
- Ax4. Si A entonces A◊.

La lectura de los axiomas 1 y 2 es típica. El axioma 1 es una versión del axioma T que representa la norma *a necesse ad esse valet consequentia*, mientras que el axioma 2 es una versión del axioma D que representa la norma *ab esse ad posse valet consequentia*. Los axiomas 3 y 4 representan, respectivamente, la misma idea de los axiomas 1 y 2,

6 A pesar de que en este ejemplo estamos modelando un silogismo categórico, esta aproximación algebraica es capaz de representar y modelar proposiciones relacionales, singulares y compuestas (ver Englebretsen, 1996: 172 ss.).

pero para los casos en los que los operadores modales aparecen al interior de una proposición, esto es, en el término prédicado. Así, por ejemplo, una proposición como «Necesariamente todo hombre es vertebrado» implica la proposición «Todo hombre es vertebrado» (Ax1); una proposición como «Todo hombre es vertebrado» implica «Posiblemente todo hombre es vertebrado» (Ax2). La proposición «Todo hombre es necesariamente vertebrado» implica «Todo hombre es vertebrado» (Ax3); y por último, la proposición «Todo hombre es vertebrado» implica la proposición «Todo hombre es posiblemente vertebrado» (Ax4). Así, estos axiomas indican la transitividad o la «fuerza» (Englebretsen, 1988: 392) de los operadores modales de tal suerte que □A implica A□, A□ implica A, A implica A◊ y A◊ implica ◊A.

Estos axiomas, junto con las reglas de inferencia de TFL, permiten definir nuevas reglas para las inferencias modales de MTFL:

(1) El término medio debe estar distribuido por lo menos una vez.
(2) Cualquier término distribuido en la conclusión debe estar distribuido en las premisas.
(3) El número de conclusiones particulares no debe exceder el número de premisas particulares.
(4) La conclusión no debe exceder cualquier premisa en fuerza.
(5) El número de premisas *de dicto* con el operador ◊ no debe exceder el número de conclusiones *de dicto* con el operador ◊.[7]

Estas reglas nos permiten derivar, en consecuencia, los siguientes teoremas (i.e., argumentos válidos) *de re* (cuadro 5) y *de dicto* (cuadro 6):

7 Englebretsen (1998) establece que el número de proposiciones *de dicto* con el operador ◊ no debe ser mayor que uno, sin embargo, eso excluiría silogismos correctos como {□(-M+P), ◊(-S+M)}⊢◊(-S+P); por esta razón sustituimos «proposición» por «premisa», ya que esto preserva la norma y silogismos como los anteriores.

1	-M+□P	-S+□M	⊢ -S+□P
2	-M+□P	-S+□M	⊢ -S+P
3	-M+□P	-S+□M	⊢ -S+◇P
4	-M+□P	-S+M	⊢ -S+□P
5	-M+□P	-S+M	⊢ -S+P
6	-M+□P	-S+M	⊢ -S+◇P
7	-M+◇P	-S+□M	⊢ -S+◇P
8	-M+P	-S+□M	⊢ -S+P
9	-M+P	-S+□M	⊢ -S+◇P
10	-M+P	-S+M	⊢ -S+P
11	-M+P	-S+M	⊢ -S+◇P
12	-M+◇P	-S+M	⊢ -S+◇P

Cuadro 5. Ejemplos de modos válidos *de re*.

1	□(-M+P)	□(-S+M)	⊢ □(-S+P)
2	□(-M+P)	□(-S+M)	⊢ -S+P
3	□(-M+P)	□(-S+M)	⊢ ◇(-S+P)
4	□(-M+P)	-S+M	⊢ -S+P
5	□(-M+P)	(-S+M)	⊢ ◇(-S+P)
6	-M+P	□(-S+M)	⊢ -S+P
7	-M+P	□(-S+M)	⊢ ◇(-S+P)
8	-M+P	-S+M	⊢ -S+P
9	-M+P	-S+M	⊢ ◇(-S+P)

Cuadro 6. Ejemplos de modos válidos *de dicto*.

Un método de árboles para MTFL

Hasta este punto se puede apreciar que la MTFL tiene capacidades y reglas de inferencia interesantes y complejas; sin embargo, al día de hoy, no ha sido usada para producir un método de prueba arborescente (ver D'Agostino *et al.*, 1999; Sommers y Englebretsen, 2000; Priest, 2008); aquí proponemos uno.

Pues bien, como es usual, y siguiendo a D'Agostino *et al.* (1999; Priest, 2008), decimos que un «árbol» es un grafo conectado maximalmente acíclico definido por nodos y vértices, un árbol dirigido etiquetado con raíz. El nodo superior es la «raíz». Los nodos inferiores son las «hojas». Cualquier camino desde la raíz hasta una hoja es una «rama». Para probar la validez de una inferencia se construye un árbol que comienza con una única rama cuyos nodos son premisas y la negación de la conclusión: esta es la «lista inicial». Entonces se aplican las reglas que nos permiten extender la lista inicial:

$$\begin{array}{c} -A \pm B_n \\ \swarrow \quad \searrow \\ -A^i_n \qquad \pm B^i_n \end{array}$$

Diagrama 1

$$\begin{array}{c} +A \pm B_n \\ | \\ +A^i_n \\ | \\ \pm B^i_n \end{array}$$

Diagrama 2

$$\begin{array}{c} \Box A^i_n \\ | \\ A^i_k \end{array}$$

Diagrama 3

$$\begin{array}{c} \Diamond A^i_n \\ | \\ A^i_k \end{array}$$

Diagrama 4

En los Diagramas 1 y 2 notemos que, después de aplicar una regla, introducimos un superíndice $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ y dejamos fijo el subíndice. Para los proposiciones cuyo término inicial es "-", el superíndice puede ser cualquier número natural; para las proposiciones cuyo término inicial es "+", el superíndice tiene que ser un nuevo natural si dichas proposiciones no tienen ya un superíndice asociado. En los Diagramas 3 y 4 notemos que, después de aplicar una regla, introducimos un subíndice $k \in \{1, 2, 3, \ldots\}$ y dejamos fijo el superíndice. Para los proposiciones cuyo término inicial es "$\Box$", el subíndice puede ser cualquier número natural; para las proposiciones cuyo término inicial es "$\Diamond$", el subíndice tiene que ser un nuevo natural si dichas proposiciones no tienen ya un subíndice asociado. Adicionalmente, y siguiendo los principios de TFL, asumimos las siguiente reglas de negación: $-(\pm A) = \mp A$, $-(\pm A \pm B) = \mp A \mp B$ y $-(--A--A) = +(-A) + (-A)$.

Como es costumbre, un árbol es «completo» si, y sólo si, toda regla que puede ser aplicada ha sido aplicada. Una rama es «cerrada» si, y sólo si, hay términos de la forma $\pm A^i_k$ y $\mp A^i_k$ en dos de sus nodos; de otro modo es «abierta». Una rama cerrada se indica escribiendo $\perp$ en su hoja; una rama abierta se indica escribiendo ∞. Un árbol es «cerrado» si y sólo si toda rama es cerrada; de otro modo es abierta. Así, de nuevo como es usual, A es una consecuencia lógica de un conjunto de premisas Γ si y sólo si existe un árbol completo y cerrado cuya lista inicial incluye a Γ y la negación de A.

De acuerdo con lo anterior, a continuación mostramos cómo este método de árboles nos permite lidiar con la silogística asertórica mediante la prueba de los cuatro silogismos básicos de la primera figura: aaa (Diagrama 5), eae (Diagrama 6), aii (Diagrama 7) y eio (Diagrama 8); y además mostramos dos silogimos válidos *de re* (Diagramas 9 y 10), dos silogismos válidos *de dicto* (Diagramas 11 y 12), un silogismo combinando modalidades *de re* y *de dicto* (Diagrama 13), y un silogismo modal inválido (Diagrama 14).

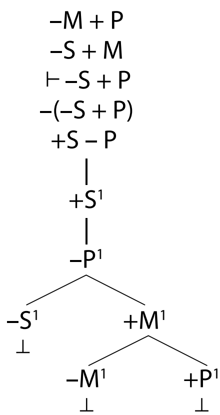

Diagrama 5. aaa-1.

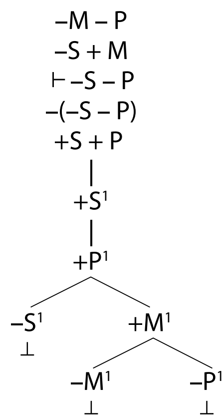

Diagrama 6. eae-1.

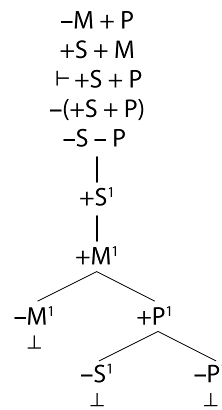

Diagrama 7. aii-1.

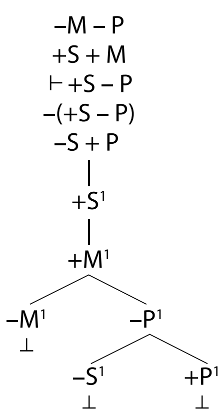

Diagrama 8. eio-1.

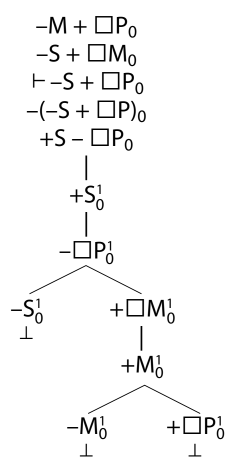

Diagrama 9. Ejemplo extraído del Cuadro 5, inferencia 1.

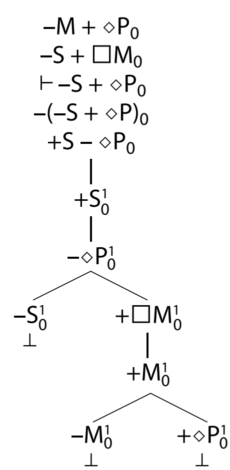

Diagrama 10. Ejemplo extraído del Cuadro 5, inferencia 7.

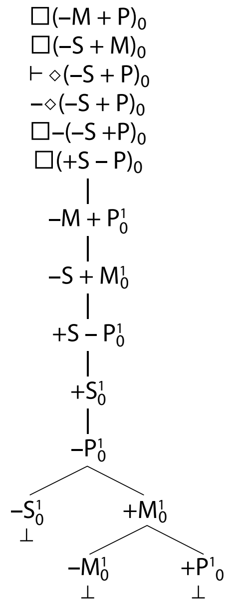

Diagrama 11. Ejemplo extraído del Cuadro 6, inferencia 5.

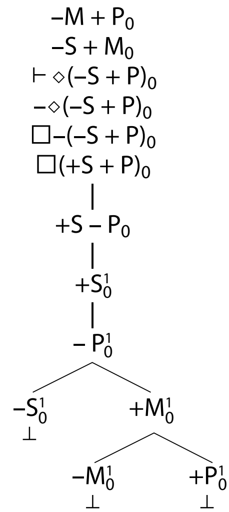

Diagrama 12. Ejemplo extraído del Cuadro 6, inferencia 9.

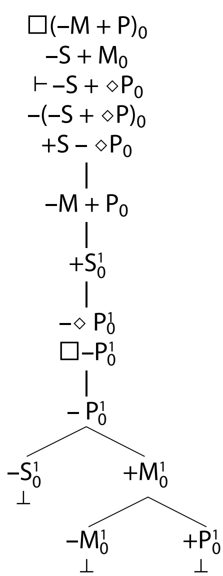

Diagrama 13. Ejemplo combinando modalidades *de re* y *de dicto*.

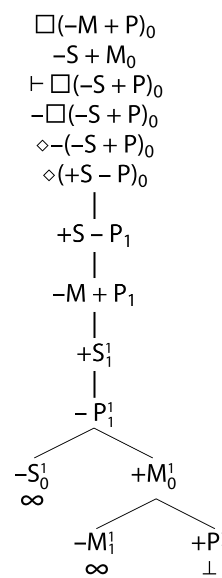

Diagrama 14. Ejemplo de un silogismo modal inválido.

Por redondear esta exposición, regresamos al problema de los dos silogismos tipo *Barbara* y mostramos que, en efecto, el *Barbara* LXL es válido (Diagrama 15) pero el *Barbara* XLL no lo es (Diagrama 16) preservando, así, una de las motivaciones originales de la silogística modal.

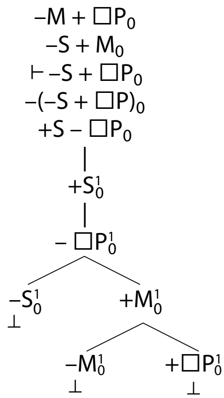

Diagrama 15.
Barbara LXL.

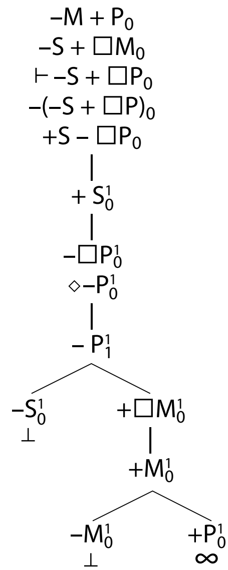

Diagrama 16.
Barbara XLL.

Por último, basta mencionar que esta propuesta es confiable en la medida en que toda inferencia válida de MTFL produce un árbol completo cerrado, y viceversa. Ahora bien, como la demostración de este resultado es extensa (dado que implica la enumeración de por lo menos 21 árboles correspondientes a las inferencias de los Cuadros 5 y 6), ofreceremos un bosquejo. Entonces, supongamos que tenemos una inferencia válida en MTFL que no produce un árbol completo y cerrado. Si esto es así, entonces existe una inferencia que cumple con todas las reglas de MTFL pero que produce un árbol abierto. Ahora, si el árbol es abierto entonces existe por lo menos una rama en la que no existe un par de términos opuestos $\pm A^i_k$ y $\mp A^i_k$. Pero si no existe tal par de términos entonces, o bien el término medio no está distribuido por lo menos una vez, o al menos un término distribuido en la conclusión no está distribuido en las premisas, o el número de conclusiones particulares excede el número de premisas particulares, o la conclusión excede cualquier premisa en fuerza, o el número de premisas *de dicto* con el operador $\Diamond$ es diferente del número de conclusiones *de dicto* con el operador $\Diamond$. En cualquier caso la inferencia sería inválida en MTFL, lo cual sería contradictorio con la suposición inicial.

Por otro lado, supongamos que tenemos un árbol completo y cerrado que no corresponde con una inferencia válida en MTFL. Si el árbol es completo y cerrado tiene que tener todas sus ramas cerradas. Si esto es así, entonces las premisas de la inferencia deben permitir la existencia de pares de términos opuestos $\pm \mathsf{A}^i_k$ y $\mp \mathsf{A}^i_k$ en cada una de sus ramas. Esto sería sólo posible si la inferencia estuviera determinada por términos que permitieran su eventual oposición. Pero si aplicáramos las reglas (1)-(6) a los miembros de tal conjunto se obtendrían inferencias válidas en MTFL, lo que sería contradictorio con la suposición inicial.

Conclusiones

En esta contribución hemos intentado ofrecer un método de árboles para la lógica de términos modal de Englebretsen, con lo que añadimos una actualización a la familia de lógicas de Sommers. En particular, con esta propuesta obtenemos un método arborescente capaz de modelar inferencia en lógica proposicional, silogística básica, silogística relacional y silogística modal. El siguiente paso consiste en explorar en qué medida podemos representar una silogística probabilística (ver Thompson, 1986) y, como hemos mencionado en otros lugares, promover una revisión de las lógicas de términos (ver Veatch, 1970; Sommers, 1982; Englebretsen, 1996; Englebretsen y Sayward, 2011; Correia, 2017; Simons, 2020; Castro-Manzano, 2020a; Castro-Manzano, 2020b), ya que pueden ser herramientas más interesantes y poderosas de lo que originalmente podríamos creer (contra Carnap, 1930; Geach, 1962 y 1980).

Referencias

Babcock, H. (1970). *Intentional Logic: A Logic Based on Philosophical Realism*. Hamden, Conneticut: Archon Books.

Becker, A. (1933). *Die aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse*. Berlin: Junker und Dünnhaupt.

Bocheński, J. M. (1956). *Formale Logik*. München: Karl Alber.

Carnap, R. (1930). "Die alte und die neue Logik". En *Erkenntnis*, n. 1; pp. 12-26.

Castro-Manzano, J.-M. (2018) "A Tableaux Method for Term Logic". En *Logic/Languages, Algorithms and New Methods of Reasoning* (*LANMR*); pp. 1-14.

(2019). "Sobre un método de árboles para la lógica de términos numérica". En *Andamios. Revista de Investigación Social*, 16, n. 41; pp. 103-125.

(2020a). "Distribution Tableaux, Distribution Models". En *Axioms*, 9, 41. En https://www.mdpi.com/2075-1680/9/2/41/htm (consultado el 27 de agosto de 2020).

(2020b). "¿Es la lógica de términos una lógica libre?". En *Stoa*, 11, n. 21; pp. 98-109.

(2020c). "Silogística intermedia, términos y árboles". En *Tópicos. Revista de Filosofía*, 58; pp. 209-237.

Castro-Manzano, J.-M. y Reyes-Cárdenas, P.-O. (2018). "Term Functor Logic Tableaux". En *South American Journal of Logic*, 4, n. 1; pp. 1-22.

Correia, M. (2017). "La lógica aristotélica y sus perspectivas". En *Pensamiento*, 73, n. 275; pp. 5-19.

D'Agostino, M.; Gabbay, D. M.; Hähnle, R. y Posegga, J. (1999). *Handbook of Tableau Methods*. Netherlands: Springer.

Englebretsen, G. (1988). "Preliminary Notes on a New Modal Syllogistic". En *Notre Dame J. Formal Logic*, 29, n. 3; pp. 381-395.

(1996). *Something to Reckon with: The Logic of Terms*. Ottawa: University of Ottawa Press.

Englebretsen, G. y Sayward, Ch. (2011). *Philosophical Logic: An Introduction to Advanced Topics*. London: Continuum Bloomsbury Academic.

Geach, P. (1962). *Reference and Generality: An Examination of Some Medieval and Modern Theories*. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.

(1980). *Logic Matters*. Berkeley: University of California Press.

Hintikka, J. (1973). *Time & Necessity: Studies in Aristotle's Theory of Modality*. Oxford: Clarendon Press.

Kneale, W. y Kneale, M. (1962). *The Development of Logic*. Oxford: Clarendon Press.

Łukasiewicz, J. (1957). *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press.

Malink, M. (2013). *Aristotle's Modal Syllogistic*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

McCall, S. (1963). *Aristotle's Modal Syllogisms*. Amsterdam: North-Holland.

Patzig, G. (1968). *Aristotle's Theory of the Syllogism*. Dordrecht: Reidel.

Priest, G. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*. Cambridge: Cambridge University Press.

Rini, A. (1998). "Is there a modal syllogistic?". En *Notre Dame J. Formal Logic*, 39, n. 4; pp. 554-572.

Simons, P. (2020). "Term Logic". En *Axioms*, 9, n. 18. En https://www.mdpi.com/2075-1680/9/1/18 (consultado el 27 de agosto de 2020).

Sommers, F. (1982). *The Logic of Natural Language*. Oxford: Clarendon.

Sommers, F. y Englebretsen, G. (2000). *An Invitation to Formal Reasoning: The Logic of Terms*. Aldershot: Ashgate Pub Ltd.

Striker, G. (1994). "Modal vs. Assertoric Syllogistic". En *Ancient Philosophy*, 14; pp. 39-51.

Thom, P. (1996). *The Logic of Essentialism. An Interpretation of Aristotle's Modal Syllogistic*. Dordrecht: Kluwer.

Thompson, B. (1986). "Syllogisms with statistical quantifiers". En *Notre Dame J. Formal Logic*, 27, n. 1; pp. 93-103.