# Una revisión de los diagramas de Murphree

# A Review of Murphree's Diagrams

J.-Martín Castro-Manzano
UPAEP Universidad
josemartin.castro@upaep.mx

Fecha de recepción: 14/12/2022 • Fecha de aceptación: 31/01/2023

*Resumen*

Aunque la literatura sobre diagramas lógicos es amplia y profunda, los diagramas de Murphree para la silogística asertórica y numérica no son tan conocidos; sin embargo, creemos que merecen más atención en virtud de que tienen propiedades lógicas (corrección y completitud) y representativas (comprensión y claridad) interesantes. Por ello, siguiendo algunos de los planteamientos de un programa de investigación sobre razonamiento diagramático, en este trabajo ofrecemos una revisión de estos diagramas, los cuales, en nuestra opinión, no son tan populares como deberían serlo.

*Palabras clave: Diagrama lógico, inferencia diagramática, lógica de términos.*

*Abstract*

Although the literature on logic diagrams is wide and deep, Murphree's diagrams for assertoric and numerical syllogistic are not as well known; however, we believe they deserve more attention because they have interesting logical (soundness and completeness) and representative (comprehension and clarity) properties. Therefore, following some of the tenets of a research program on diagrammatic reasoning, in this paper we offer a review of these diagrams which, in our opinion, are not as popular as they should be.

*Keywords: Diagrammatic inference, logic diagram, term logic.*

*Introducción*

Siguiendo algunos planteamientos del programa de investigación sobre razonamiento diagramático de Shin (1994) y Allwein y Barwise (1996), en otros trabajos hemos ofrecido análisis, reconstrucciones y comparaciones de varios sistemas diagramáticos (Castro-Manzano, 2016; 2017a; 2017b; 2018; 2021). Asumiendo dicho programa, en este trabajo ofrecemos una revisión de los diagramas lógicos de Murphree para la silogística asertórica y numérica (Murphree, 1991; 1998), los cuales, en nuestra opinión, tienen propiedades interesantes pero no son tan populares como deberían serlo.

En consecuencia, para una revisión más detallada de este programa de investigación y algunas de sus posibles aplicaciones, remitimos a los lectores a nuestros trabajos previos y a la literatura reciente sobre diagramas lógicos (Basu, Stapleton, Linker, Legg, Manalo y Viana, 2021; Giardino, Linker, Burns, Bellucci, Boucheix y Viana, 2022). Por lo pronto, lo que haremos en este trabajo será lo siguiente: primero, ofreceremos algunos elementos teóricos preliminares (diagrama lógico, silogística asertórica y silogística numérica); después, presentaremos el sistema de Murphree (mediante una presentación de su sintaxis y sus reglas); y por último, cerraremos con una evaluación del sistema.

*Preliminares*

❖ Diagrama lógico

Si asumimos que el razonamiento es un proceso que produce información (i.e. una conclusión) dada información previa (i.e. unas premisas) —siguiendo ciertas normas, por supuesto— y que dicha información puede ser representada diagramáticamente, se puede afirmar que la inferencia diagramática es la unidad de medida del razonamiento diagramático: una inferencia diagramática sería (in) correcta dependiendo del (in)cumplimiento de ciertas normas (Castro-Manzano, 2017a; 2017b).

Esta relación de inferencia definiría nuestras intuiciones sobre las nociones informales de inferencia visual o argumento visual y seguiría, *ex hypothesi*, normas estructurales clásicas (digamos, reflexividad, monotonicidad y corte) (Castro-Manzano, 2016; 2017a),[1] por ejemplo, a través de funciones inferenciales de tipo *free ride*, esto es, a través de procesos mediante los cuales una agente produce información sin seguir pasos específicamente diseñados para producirla, es decir, procesos que le permiten a una agente alcanzar automáticamente (y algunas veces hasta inconscientemente) una representación diagramática de una conclusión a partir de la representación diagramática de unas premisas (Shimojima, 1996: 32).

Esta consideración nos permite ofrecer un criterio para distinguir varios tipos de diagramas por sus funciones. Algunos diagramas tienen funciones explicativas, otros tienen funciones didácticas, y otros tienen funciones ilustrativas o modeladoras; sin embargo, como hemos argumento en otro lugar, un diagrama lógico —un diagrama lógico deductivo, deberíamos añadir— es un diagrama, en el sentido de Gardner (1958), dentro de un sistema diagramático que es correcto y completo con respecto a una clase de inferencias válidas dada una base deductiva (Castro-Manzano, 2021). En lo que sigue, asumiremos esta definición de diagrama lógico.

## ❖ Silogística asertórica

La silogística asertórica es una lógica de términos que tiene sus orígenes en los *Primeros Analíticos* de Aristóteles y que estudia la relación de inferencia entre enunciados categóricos. Un enunciado categórico es un enunciado compuesto por dos términos, una cantidad y una cualidad. El sujeto y el predicado se llaman términos: el término-esquema *S* denota el término sujeto y el término-esquema *P* denota

1 En otro trabajo hemos discutido la posibilidad de lidiar con diagramas no-clásicos (Castro-Manzano, 2017b).

el predicado. La cantidad puede ser universal (i.e. *Todo*) o particular (i.e. *Algún*) y la cualidad puede ser afirmativa (i.e. *es*) o negativa (i.e. *no es*). Formalmente, un enunciado categórico es un enunciado de la forma:

$$<\mathit{Cantidad}> \; <S> \; <\mathit{Cualidad}> \; <P>$$

donde $\mathit{Cantidad} = \{\text{Todo}, \text{Algún}\}$, $\mathit{Cualidad} = \{\text{es}, \text{no es}\}$ y $S$ y $P$ son términos-esquema. La combinación adecuada de los elementos de un enunciado categórico produce los cuatro enunciados categóricos (Cuadro 1).

| | | Cualidad | |
|---|---|---|---|
| | | Afirmativa | Negativa |
| Cantidad | Universal | Todo $S$ es $P$ | Todo $S$ no es $P$ |
| | Particular | Algún $S$ es $P$ | Algún $S$ no es $P$ |

**Cuadro 1. Enunciados categóricos**

Estos enunciados categóricos se abrevian mediante una etiqueta (*a*, para la universal afirmativa, *SaP*; *e*, para la universal negativa, *SeP*; *i*, para la particular afirmativa, *SiP*; y *o*, para la particular negativa, *SoP*) que nos permite determinar una secuencia de tres enunciados categóricos que se conoce como modo.

Un silogismo categórico, entonces, es un modo ordenado de tal manera que dos enunciados fungen como premisas y el último como conclusión. Al interior de las premisas existe un término que ocurre en ambas premisas pero no en la conclusión: este término especial, usualmente denotado con el término-esquema *M*, funciona como un enlace entre los términos restantes y es conocido como término medio. De acuerdo a la posición del término medio se pueden definir cuatro arreglos o figuras que codifican los modos o patrones silogísticos válidos (Cuadro 2).[2]

2 Por mor de brevedad, pero sin pérdida de generalidad, omitimos los silogismos que requieren carga existencial.

| Primera figura | Segunda figura | Tercera figura | Cuarta figura |
|---|---|---|---|
| *aaa-1* | *eae-2* | *iai-3* | *aee-4* |
| *eae-1* | *aee-2* | *aii-3* | *iai-4* |
| *aii-1* | *eio-2* | *oao-3* | *eio-4* |
| *eio-1* | *aoo-2* | *eio-3* | |

**Cuadro 2. Silogismos válidos**

Aunque para los fines de este trabajo consideraremos únicamente los silogismos válidos de la primera figura, tenemos que mencionar, por mor de autocontención, que un silogismo categórico es válido si y sólo si cumple con las siguientes reglas:

1. Reglas de distribución.[3]
   a) El término medio está distribuido por lo menos en una premisa.
   b) Todo término distribuido en la conclusión está distribuido en las premisas.

2. Reglas de cualidad.
   a) No tiene dos premisas negativas.
   b) Si la conclusión es negativa, por lo menos una premisa es negativa.
   c) Si una premisa es negativa, la conclusión es negativa.

3. Reglas de cantidad.
   a) Si las premisas son universales, la conclusión es universal.
   b) Si una premisa es particular, la conclusión es particular.
   c) Si la conclusión es particular, por lo menos una premisa es particular.

3 Dado un enunciado categórico, decimos que un término está distribuido si y sólo si tiene asociada una cantidad universal o una cualidad negativa.

A modo de ejemplo, consideremos el siguiente silogismo asertórico (Cuadro 3).

| Enunciado | Silogística asertórica |
|---|---|
| 1. Todo $M$ es $P$. | $MaP$ |
| 2. Algún $S$ es $M$. | $SiM$ |
| $\therefore$ Algún $S$ es $P$. | $SiP$ |

**Cuadro 3. Un silogismo asertórico válido**

❖ Silogística numérica

La silogística numérica es una extensión conservativa de la silogística asertórica (Murphree, 1991; 1998). Así, en este sistema decimos que un enunciado numérico es un enunciado de la forma:

$$<\mathit{Cantidad}> \; <n> \; <S> \; <\mathit{Cualidad}> \; <P>$$

donde $\mathit{Cantidad} = \{$Todo excepto, A lo mucho, Por lo menos$\}$, $n \in \mathbb{R}$, $\mathit{Cualidad} = \{$es, no es$\}$ y $S$ y $P$ son términos-esquema. La combinación adecuada de los elementos de un enunciado numérico produce los enunciados numéricos (Cuadro 4).

| | | Cualidad | |
|---|---|---|---|
| | | Afirmativa | Negativa |
| Cantidad | Universal | Todo excepto $n$ $S$ es $P$ | A lo mucho n $S$ es $P$ |
| | Particular | Por lo menos $n$ $S$ es $P$ | Por lo menos $n$ $S$ no es $P$ |

**Cuadro 4. Enunciados numéricos**[4]

4 En este punto, alguien podría tener la duda de si estos enunciados numéricos son todos los enunciados posibles salvo equivalencia debido a que se cuenta con tres cuantificadores y dos cualificadores. La respuesta es que estos son todos los enunciados posibles para la silogística numérica. Con todo, parece importante añadir que, usando equivalencias, podemos formar los siguientes enunciados:

- Todo $S$ es $P$ ≡ Como máximo 0 $S$ no son $P$ ≡ Al menos todos menos 0 $S$ son $P$.
- Ningún $S$ es $P$ ≡ Como máximo 0 $S$ son $P$ ≡ Al menos todos menos 0 $S$ no son $P$.
- Algún $S$ es $P$ ≡ Más de 0 $S$ son $P$ ≡ Menos que todos excepto 0 $S$ no son $P$.

Esta interpretación de los enunciados numéricos tiene sentido. Consideremos, por ejemplo, que el enunciado "Todo *S* es *P*" contiene un 0 implícito. Cuando decimos que "Todo *S* es *P*" estamos diciendo que todos los *S* —sin excepción— son *P*, esto es, "Todos excepto 0 *S* son *P*", y cuando hacemos esto explícito resulta claro que la estructura de un enunciado de este tipo tiene la forma general "Todos excepto *n S* son *P*" para cualquier *n* real positivo. Algo similar ocurre con el enunciado "Todo *S* no es *P*" que puede leerse como "A lo mucho 0 *S* son *P*". Adicionalmente, los enunciados particulares como "Algún *S* (no) es *P*" ya son, de algún modo, numéricos, pues implícitamente indican que "Por lo menos 1 *S* (no) es *P*".[5]

Dados estos nuevos enunciados, la silogística numérica conserva las definiciones de etiqueta, modo, figura y forma de un silogismo de la silogística asertórica para establecer las siguientes reglas de validez; y como la silogística numérica es una extensión de la asertórica, las reglas de validez para enunciados universales con $n = 0$ y particulares con $n = 1$ son las mismas que las de la silogística asertórica, pero se añade un par de especificaciones para los enunciados con $n>1$:

1. Reglas de distribución.
   a) El término medio está distribuido por lo menos en una premisa.
   b) Todo término distribuido en la conclusión está distribuido en las premisas.

- Algún *S* no es *P* ≡ Más de 0 *S* no son *P* ≡ Menos que todos excepto 0 *S* son *P*.
  Y para $n > 0$:
- Todos excepto *n S* son *P* ≡ A lo sumo *n S* no son *P*.
- A lo mucho *n S* son *P* ≡ Al menos todos menos *n S* no son *P*.
- Por lo menos *n S* son *P* ≡ Más de *n S* son *P* ≡ Menos que todos excepto *n S* no son *P*.
- Por lo menos *n S* no es *P* ≡ Más que *n S* no son *P* ≡ Menos que todos pero *n S* son *P*.

5 En este punto resulta razonable cuestionar si el dominio apropiado para modelar los enunciados numéricos debería ser el conjunto de los naturales y no el de los reales en virtud, por ejemplo, de que no resulta claro que un enunciado como "Algún *S* (no) es *P*" sea equivalente a "Por lo menos 1 *S* (no) es *P*" pues, tal vez, también podría ser que ½ sea equivalente a "Algún". Este cuestionamiento es interesante: en sentido estricto, un enunciado particular se puede interpretar para cualquier real (positivo o negativo) distinto de 0 (ver Szabolcsi y Englebretsen, 2008), aunque para los fines de la silogística en lenguaje natural parece que basta con una interpretación natural.

2. Reglas de cualidad.
   a) No tiene dos premisas negativas.
   b) Si la conclusión es negativa, por lo menos una premisa es negativa.
   c) Si una premisa es negativa, la conclusión es negativa.

3. Reglas de cantidad.
   a) La cantidad numérica de una conclusión universal es igual a la suma de las cantidades numéricas de las premisas universales.
   b) La cantidad numérica de una conclusión particular es igual a la diferencia de la cantidad numérica de la premisa universal menos la cantidad numérica de la premisa particular.

A modo de ejemplo, consideremos el siguiente silogismo numérico (Cuadro 5).

| Enunciado | Silogística numérica |
|---|---|
| 1. Todos excepto 3 $M$ son $P$. | $3MaP$ |
| 2. Por lo menos 5 $S$ son $M$. | $5SiM$ |
| ∴ Por lo menos 2 $S$ son $P$. | $2SiP$ |

**Cuadro 5. Un silogismo numérico válido**

*Los diagramas de Murphree*

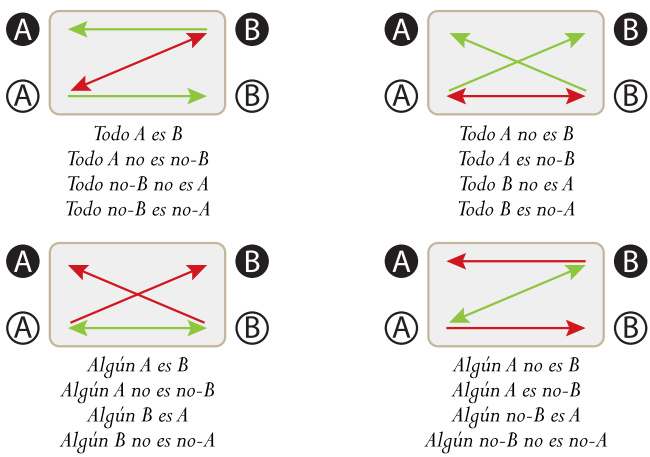
Con estos preliminares, estamos en buena posición para ilustrar los diagramas lógicos de Murphree —que permiten capturar la silogística asertórica y la numérica— y estudiar sus propiedades lógicas y representativas. Siguiendo el patrón de Castro-Manzano (2021), para presentar estos diagramas mencionaremos su fuente, su vocabulario, su sintaxis y la exposición de los silogismos de la primera figura.[6]

6 En Castro-Manzano (2021) hemos distinguido los aspectos lógicos y representativos que nos interesan: corrección y completitud, y comprensión y claridad. Operacionalmente, decimos que un sistema de diagramas es *correcto* si y sólo si cuando produce *free rides*, configura (i.e. dibuja) silogismos válidos. Para evaluar la corrección de un sis-

*i) Fuente*: *Numerically Exceptive Logic: A Reduction of the Classical Syllogism* (1991).

*ii) Vocabulario*: Cartas, fichas (blancas y negras) y flechas (verdes y rojas).

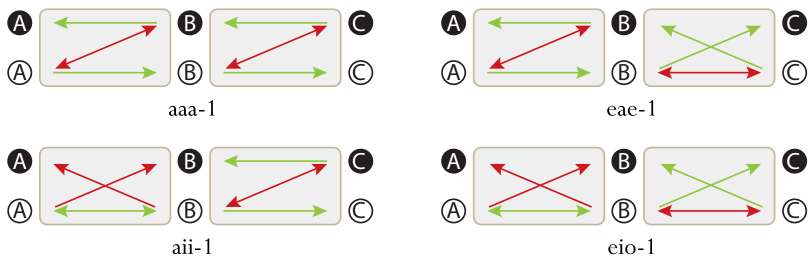
*iii) Sintaxis*: Las fichas blancas (resp. negras) representan términos afirmados (resp. negados) y las flechas verdes (resp. rojas) representan relaciones afirmativas (resp. negativas) entre términos. Cada carta representa un enunciado categórico (y sus equivalencias) mediante cierta combinación de fichas y flechas (Cuadro 6).




**Cuadro 6. Sintaxis**

tema dibujamos los *free rides* de la primera figura y revisamos si corresponden a silogismos válidos. Decimos que un sistema de diagramas es *completo* si y sólo si produce *free rides* cuando configura silogismos válidos. Para evaluar la *completitud* de un sistema ofrecemos silogismos válidos y revisamos si configuran *free rides*. Decimos que un sistema de diagramas es *comprensivo* si y sólo si permite entender visualmente el concepto de función inferencial. Para evaluar la comprensión de un sistema revisamos los *free rides* disponibles y observamos la siguiente regla: si el *free ride* se lee de manera directa y sin necesidad de apelar a explicaciones lingüísticas adicionales, decimos que el sistema ofrece comprensión. Por último, decimos que un sistema de diagramas es *claro* si y sólo si tiene un vocabulario bien definido. Para evaluar esta última propiedad observamos la siguiente regla: todo objeto diagramático debe estar originalmente definido y cada ocurrencia de dicho objeto representa lo que originalmente pretende representar.

*iv) Silogismos de la primera figura*:




**Cuadro 7. Silogismos de la primera figura**

*v) Evaluación*:

*1. El sistema es correcto*. Al codificar los silogismos de la primera figura observamos que, si dibujamos las premisas, la conclusión queda dibujada automáticamente. En efecto, consideremos, para empezar, el primer modo: *aaa-1*. Podemos notar, al diagramar ambas premisas (la menor, en la carta de la izquierda; la mayor, en la carta de la derecha), que hay una flecha verde desde el término *A* hasta el término *C* y que se conecta a través del término medio *B* (y, por cierto, está otro camino similar de *no-C* a *no-A* que se conecta a través de *no-B*). Notemos, pues, que las direcciones de las flechas verdes son tales que muestran la direccionalidad entre los términos *A* y *C* (resp. entre *no-C* y *no-A*) y las flechas rojas rechazan el nexo entre *A* y *no-C* como en un enunciado universal afirmativo. Y notemos, además, que los términos a través de los cuales se hace la conexión (los medios, los términos *B*) pueden obviarse para ver cuál sería la conclusión lógicamente correcta que, en este caso, es "Todo *A* es *C*".

Consideremos ahora el segundo modo: *eae-1*. Al diagramar ambas premisas observamos que hay una flecha verde desde el término *A* hasta el término *no-C* a través de *B*, mientras que *C* se conecta con *no-A* a través de *no-B* y además, en virtud de las flechas rojas, no hay nexo entre *A* y *C*, lo cual representa la conclusión correcta, a saber, "Todo *A* no es *C*".

Consideremos ahora el tercer modo: *aii-1*. Al diagramar ambas premisas observamos que hay una flecha verde desde el término *A* hasta el término *C* a través de *B*, pero *A* y *no-C* y *C* y *no-A* quedan inconexas, en virtud de las flechas rojas, lo que dibuja la conclusión: "Algún *A* es *C*".

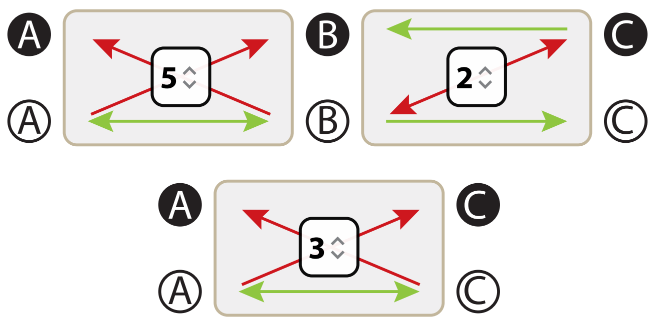
Por último, consideremos el modo *eio-1*. Al diagramar ambas premisas vemos que hay una flecha verde desde el término *A* hasta el término *no-C* a través de *B*, mientras que *A* no se conecta con *no-C* y *no-C* no se puede conectar con *no-A*, lo que dibuja la conclusión: "Algún *A* es no *C*".

*2. El sistema es completo*. Si tomamos los *free rides* de la primera figura notamos que codifican silogismos válidos. En efecto, al codificar silogismos válidos obtenemos *free rides*: por *reductio*, supongamos que tomamos cualquier silogismo válido pero que uno de ellos no codifica un *free ride*. Ahora, sabemos que cuando aplicamos este sistema a los silogismos de la primera figura obtenemos *free rides*, pero como todo silogismo válido puede reducirse a un silogismo de la primera figura, por el Lema de Aristóteles (*Pr. An.* A.1, 25b,1), entonces toda aplicación del sistema a las formas silogísticas válidas debería producir *free rides*, lo que implica una contradicción.

*3. El sistema es comprensivo*. El sistema es comprensivo porque los *free rides* disponibles se leen de manera directa y, con cierto entrenamiento, no es necesario acompañarlos de una explicación lingüística adicional, pues la ubicación y el color de las fichas, así como la dirección y el color de las flechas, ofrecen un mecanismo visual que no requiere que una agente razonadora tenga conocimiento previo de las reglas de la silogística.

*4. El sistema es claro*. El sistema es claro en la medida en que cada ítem del vocabulario representa lo que pretende representar en cualquiera de sus ocurrencias.

Ahora bien, hasta aquí los diagramas de Murphree para la silogística asertórica; sin embargo, estos diagramas preservan sus propiedades cuando se añaden las reglas de cantidad 3'a y 3'b para enunciados numéricos como sigue: 3'a) si las cartas tienen mayor número de flechas verdes que rojas (i.e. las premisas son universales), entonces el valor numérico de la conclusión es la suma de los valores numéricos de las premisas; mientras que 3'b) si hay una carta con mayor número de flechas rojas (i.e. una premisa es particular), el valor numérico de la conclusión es el valor de la carta predominantemente roja menos la suma de los valores de las otras premisas (nótese que, por las reglas de cantidad, los diagramas con más de una carta predominantemente roja no pueden producir una conclusión). A modo de ejemplo, consideremos el diagrama de la inferencia en el Cuadro 5 (Cuadro 8).




**Cuadro 8. Silogismo numérico**

*Comentarios finales*

Siguiendo algunos planteamientos de un programa de investigación sobre razonamiento diagramático, en este trabajo hemos ofrecido una breve revisión de los diagramas lógicos de Murphree para la silogística asertórica y numérica. Ahora bien, aunque la literatura sobre diagramas lógicos es amplia y profunda (Moktefi y Shin, 2012), estos diagramas no son tan conocidos; sin embargo, creemos que merecen más atención y deberían ser más populares, pues no sólo tienen propiedades lógicas (corrección y completitud) y representativas (comprensión y claridad) interesantes en comparación con otros sistemas (en el Cuadro 9 podemos observar que el sistema de Murphree es tan bien comportado como otros sistemas que son más populares), sino que pueden utilizarse de manera inmediata para la enseñanza de la lógica y el pensamiento crítico.[7] Y en fin, esperamos que este trabajo siga aportando cierta evidencia conceptual a favor de la tesis de que los diagramas lógicos son portadores legítimos de inferencia.

| *Cca.* | *Sistema* | *Propiedades lógicas* | | *Propiedades representativas* | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *Corrección* | *Completitud* | *Comprensión* | *Claridad* |
| 1552 | Averroes | - | - | - | x |
| 1703 | Leibniz | x | x | x | x |
| 1704 | Lambert | x | - | x | x |
| 1768 | Euler | - | - | x | x |
| 1858 | Hamilton | - | - | - | x |
| 1887 | Carroll | x | x | x | x |
| 1906 | Peirce | - | - | x | x |
| 1982 | Englebretsen | x | x | x | x |
| **1991** | **Murphree** | **x** | **x** | **x** | **x** |
| 2012 | Pagnan | x | x | x | x |
| 2018 | Autores | x | x | x | x |

**Cuadro 9. Comparación de sistemas diagramáticos para la silogística. "x" (resp. "-") indica presencia (resp. ausencia) de una propiedad (adaptado de Castro-Manzano, 2021)**

7 Al día de hoy se puede acceder al sistema de Murphree en http://reasonlines.com.

## *Referencias*


Allwein, G. y Barwise, J. (1996). *Logical Reasoning with Diagrams*. Nueva York: Oxford University Press.

Basu, A., Stapleton, G., Linker, S., Legg, C., Manalo, E. y Viana, P. (2021). *Diagrammatic* Representation *and* Inference*: 12th International Conference,* Diagrams *2021*. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.

Castro-Manzano, J. M. (2016). "From Diagrammatic to Mechanical Reasoning: the Case of Syllogistic". En P. Arazim, D. Dancak (eds.). *The Logica Yearbook 2015*. London: College Publications.

(2017a). "Re(dis)covering Leibniz's Diagrammatic Logic". En *Tópicos. Revista de Filosofía*, *52*, pp. 89-116.

(2017b). "Remarks on the Idea of Non-Monotonic (Diagrammatic) Inference". En *Open Insight. Revista de Filosofía*, *8*(14), pp. 243-263.

(2018). "Syllogistic with Jigsaw Puzzle Diagrams". En P. Chapman, G. Stapleton, A. Moktefi, S. Perez-Kriz, F. Bellucci (eds.). *Diagrammatic Representation and Inference*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

(2020). "On Why Alpha Graphs are not Logic Diagrams". En P. Reyes-Cárdenas y D. Herbert (eds.). *The Reception of Peirce and Pragmatism in Latin-America. A Trilingual Collection*. México: Editorial Torres y Asociados.

(2021). "¿Cuándo decimos que un diagrama es un diagrama lógico? Un estudio comparativo". En *Cogency. Journal of Reasoning and Argumentation*, *13*(1), pp. 71-103.

Gardner, M. (1958). *Logic Machines and Diagrams.* New York: McGraw-Hill.

Giardino, V., Linker, S., Burns, R., Bellucci, F., Boucheix, J. M., y Viana, P. (2022). *Diagrammatic* Representation *and* Inference*: 13th International Conference,* Diagrams *2022*. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag.

Moktefi, A. y Shin, S. (2012). "A History of Logic Diagrams". En D. M. Gabbay y J. Woods (eds.). *Handbook of the History of Logic*, vol. 11. Amsterdam: Elsevier North Holland, pp. 611-682.

Murphree, W. (1991). *Numerically Exceptive Logic: A Reduction of the Classical Syllogism*. Peter Lang.

(1998). "Numerical Term Logic". En *Notre Dame J. Formal Logic*, *39*(3), pp. 346-362.

Shimojima, A. (1996). "Operational Constraints in Diagrammatic Reasoning". En G. Allwein y J. Barwise (eds.) *Logical Reasoning with Diagrams*. Nueva York: Oxford University Press, pp. 27-48.

Shin, S. (1994). *The Logical Status of Diagrams*. Cambridge: Cambridge University Press.

Szabolcsi, L. y Englebretsen, G. (2008). *Numerical Term Logic*. Edwin Mellen Press.